VALIDATION DES ATELIERS

Second degré : forme canonique et équations

L'élève se présente fiche de suivi et cahier en main (ou l'écran final ouvert, pour un atelier en ligne). **1.** Coup d'œil au cahier : le comparer à la colonne de gauche. **2.** Poser la question 1 ; la question 2 sert de repli. Une réponse juste valide l'atelier : tampon.

ATELIER A Le discriminant décide

fiche d'exercices

Sur le cahier

Ex. 1 a) $\Delta = -3$, $S = \varnothing$; b) $\Delta = 148$, $S = \{5 - \sqrt{37}\,;5 + \sqrt{37}\}$; c) $\Delta = 0$, $S = \{3{,}5\}$.

Ex. 2 a) $\Delta = -7$: la forme factorisée n'existe pas ; b) $\Delta = 49$, $2(x + 0{,}5)(x - 3)$; c) $2(x + 1{,}25)^2$.

Ex. 3 `return 1`, puis `return 0` ; les appels affichent 0 et 1 ; $\Delta = -0{,}002 < 0$: la fonction renvoie 0.

À faire redire

1. Comment le signe de Δ décide-t-il du nombre de solutions ?
→ *$\Delta < 0$: aucune ; $\Delta = 0$: une seule ; $\Delta > 0$: deux (th. 2).*

2. Quand peut-on factoriser $ax^2 + bx + c$?
→ *Si $\Delta \geqslant 0$: $a(x - x_1)(x - x_2)$, ou $a(x - x_0)^2$; si $\Delta < 0$, la forme factorisée n'existe pas (th. 3).*

ATELIER B La chaîne des carrés

dominos

Sur le cahier

D1, D7, D4, D10, D2, D9, D12, D5, D8, D3, D11, D6, puis retour à D1 : la chaîne se referme, avec un calcul par domino.
D7 rédigé : $x^2 + 6x + 4 = (x + 3)^2 - 9 + 4 = (x + 3)^2 - 5$; $a > 0$: minimum -5, atteint en -3.
Le piège repéré : $x^2 - 2x + 5 = (x - 1)^2 + 4$, et non $(x + 1)^2 + 4$.

À faire redire

1. Comment complète-t-on le carré dans $x^2 + bx$?
→ *$x^2 + bx$ est le début de $\left(x + \frac{b}{2}\right)^2$: on retranche $\left(\frac{b}{2}\right)^2$.*

2. Que lit-on sur $a(x - \alpha)^2 + \beta$?
→ *L'extremum β, atteint en α : minimum si $a > 0$, maximum si $a < 0$.*

ATELIER C Quelle forme pour quelle question ?

jeu des familles

Sur le cahier

E3–M1–S4 : enclos, $-2(x - 7)^2 + 98$, $x = 7$ m, 98 m^2.
E2–M3–S3 : $f(0) = -2$, $f(3) = -5$, pertes de $20\,000$ et $50\,000$ euros.
E4–M2–S1 : $-2(x - 0{,}5)(x - 2) > 0$ entre les racines : de 50 à 200 objets.
E1–M4–S2 rédigé : $x^2 - 13x + 20 = 0$, $\Delta = 89$, seule $x = \frac{13 - \sqrt{89}}{2}$ convient ($1{,}5 < x < 2$).

À faire redire

1. Quelle forme choisir pour l'extremum, pour le signe, pour $f(0)$?
→ *Canonique ; factorisée ; développée (méthode « choisir la forme adaptée »).*

2. Et pour une équation sans racine évidente ?
→ *Le discriminant, à partir de la forme développée (th. 2).*

ATELIER D Copies au crible

chasse aux erreurs

Sur le cahier

Copie 1, fausse : $\Delta < 0$ et $a = 1 > 0$, donc $P(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$.
Copie 2, fausse : $a = -2 < 0$, positif *entre* les racines, $S =]-1\,;3[$.
Copie 3, fausse : on divise par $2a = -10$; racines $-0{,}2$ et 1, f au-dessus de g sur $]-0{,}2\,;1[$.
Copie 4, juste. Q. 3 : $S =]-\infty\,;-1] \cup [3\,;+\infty[$.

À faire redire

1. Quel est le signe de $ax^2 + bx + c$ quand $\Delta > 0$?
→ *Celui de a à l'extérieur des racines, celui de $-a$ entre elles (th. 4).*

2. Et quand $\Delta < 0$?
→ *Celui de a, pour tout réel x (th. 4).*

ATELIER E Retour aux carrés

fiche pas à pas

Sur le cahier

$(x+3)^2 = x^2+6x+9$, $(x-5)^2 = x^2-10x+25$; donc $x^2+6x = (x+3)^2-9$ et $x^2-10x = (x-5)^2-25$.
$x^2 = 16$: $\{-4\,;4\}$; $x^2 = 7$: $\{-\sqrt{7}\,;\sqrt{7}\}$; $x^2 = -4$: $\varnothing$; $(x-2)^2 = 9$: $\{-1\,;5\}$.
$(x-2)^2-9 = (x-5)(x+1)$, produit nul : $x = 5$ ou $x = -1$.
$x^2+6x-7 = (x+3)^2-16$, d'où $S = \{-7\,;1\}$, vérifié.

À faire redire

1. Combien de solutions a l'équation $x^2 = k$?
→ *Deux, $\sqrt{k}$ et $-\sqrt{k}$, si $k>0$; une, 0, si $k=0$; aucune si $k<0$.*

2. Quand un produit est-il nul ?
→ *Si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.*

ATELIER F Le carré complété à la Maison de la Sagesse

planche BD

Sur le cahier

$x^2+10x = 39$; figure : coin de 25, $(x+5)^2 = 64$.
$x+5 = 8$, d'où $x = 3$; $x = -13$ écartée (une longueur).
Contrôle : $\Delta = 256$, solutions 3 et -13.
$x^2-6x = 91$: $(x-3)^2 = 100$, solutions 13 et -7 ; al-Khwârizmî garde 13.
Al-jabr : $x^2 = 6x+91$; la bulle aurait dû dire « on a complété le carré ».

À faire redire

1. Que signifie « compléter le carré » sur la figure d'al-Khwârizmî ?
→ *Ajouter le coin de 5×5 pour obtenir un vrai carré : $x^2+10x+25 = (x+5)^2$.*

2. Pourquoi al-Khwârizmî ne garde-t-il qu'une solution ?
→ *L'inconnue est une longueur : les solutions négatives n'étaient pas admises.*

ATELIER G Le bug des parenthèses

parcours guidé en ligne

Sur l'écran, puis sur le cahier

Écran 7 affiché, mention « Validé » : au moins **5 sur 6**.
Cahier : `x1 = (-b - delta**0.5) / (2*a)` et `x2 = (-b + delta**0.5) / (2*a)`.
Le test redonne `[1.0, 4.0]` ; pour $1{,}3x^2-2{,}7x-4{,}1 = 0$: environ $-1{,}02$ et $3{,}10$.

À faire redire

1. Pourquoi `/2*a` ne divise-t-il pas par $2a$?
→ *Python effectue $\div$ et $\times$ de gauche à droite : il divise par 2, puis multiplie par a.*

2. Comment s'assurer qu'un programme est juste ?
→ *Le tester sur une équation dont on connaît les solutions, avec $a \neq 1$ pour voir l'erreur.*

ATELIER H Cap sur l'EAM

QCM en ligne

Sur l'écran

Écran de résultat ouvert, mention « Validé » : au moins **9 sur 10**.
Les valeurs changent à chaque chargement : aucune réponse à contrôler. En dessous de 9, l'élève relit les explications (« Revoir le QCM ») et recommence.

À faire redire

1. Comment résoudre une équation $ax^2+bx+c = 0$ sans racine évidente ?
→ *Calculer $\Delta = b^2-4ac$, puis appliquer le théorème 2 selon son signe.*

2. Comment lire le nombre de solutions sur une forme canonique $a(x-\alpha)^2+\beta$?
→ *$a(x-\alpha)^2 = -\beta$: aucune solution si a et β ont le même signe, une seule si $\beta = 0$, deux sinon.*